lundi 13 septembre 2004

MATHEMATIQUES

DERIVATION

1/nombre dérivé

F est définie sur un intervalle I ,a un réel de I.

Définition :

Si le rapport $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ a une limite finie quand h tend vers 0, on dit que f est dérivable en a ; cette limite notée f'(a) est appelée nombre dérivé de f en a.

Exemple 1 :
$f(x) = x^2$
f dérivable en 2 ?

$$T(h) = \frac{f(2+h)-f(2)}{h} = \frac{4+4h+h^2-4}{h} = 4+h$$

$$\lim_{x \to 0} T(h) = 4$$

Oui, f'(2)=4

2/fonction dérivée

Définition : Soit f dérivable en tout réel a de I. (f est dérivable sur I). La fonction dérivée de f notée f' (ou dérivée) est la fonction qui a tout réel a de I va associer le nombre dérivée f'(a) en a.

Exemple :
$f(x) = x^2$
donc f'(a) = 2a
donc f' : x → 2x ou f'(x) = 2x

Tableau des dérivés usuelles :

	f	f'	I
(constante)	k	0	R
(constante)	kx	k	R
n entier naturel ≥ 1	X^n	nX^{n-1}	R
	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	]-∞,0[ou]0,+ ∞[
	$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	]0,+ ∞[

3/Théorêmes généraux :

F dérivable sur I et g dérivable sur I.

- (f+g)'(x) = f'(x) + g'(x)
- (kf)'(x)=kf'(x)
- (fg)'(x) = f'(x) g(x)+f(x) g'(x)
- $\left(\frac{1}{g}\right)'(x) = -\frac{g'(x)}{(g(x))^2}$
- si f et g son dérivable sur I et si g ne s'annule pas sur I :

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$$

- f(x) = g(ax+b)
  Si g est dérivable sur I contenant ax+b, f est donc dérivable sur I.
  f'(x)=ag'(ax+b)

Cas particuliers utiles :

- f(x) = $(ax+b)^n$
  f(x)=$n(ax+b)^{n-1}$xa
- f(x)= $\sqrt{ax+b}$
  f'(x)=$\frac{a}{2\sqrt{ax+b}}$